

从受迫振动的特性看压电式振动传感器工作原理

AN-WIL-002 v1.1

本文通过对受迫振动的特性解释，说明了为什么在选择振动传感器过程中，对于传感器类型的选择，以及实际应用之间为何关系紧密，如何相互影响。

■ 一般振动传感器的原理结构

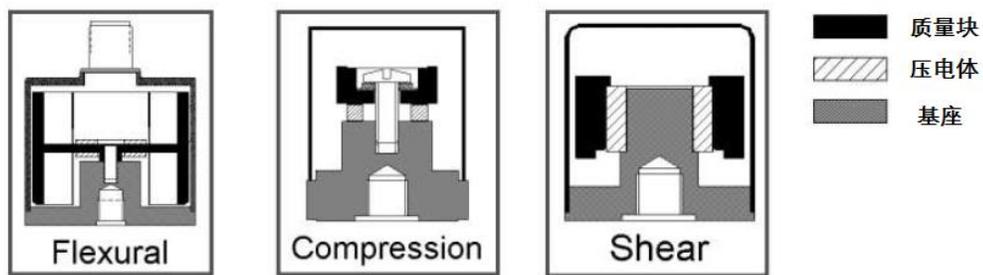


图-1 压电式振动传感器内部结构示意图¹

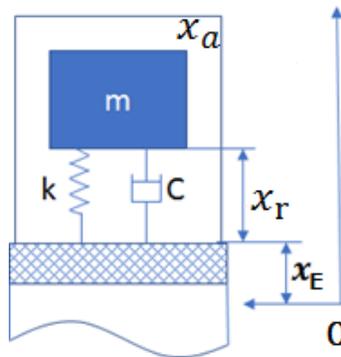


图-2 压电式振动传感器原理图示意

图-1 所示为振动传感器内部的构造，压电体上加载的质量块 m 的运动，可以简化为图-2 中所示的原理示意图。该质量块 (m)，质量块与压电体间的连接刚度为 k ，以及运动摩擦系数为 c ，整体坐落在基座上，同时该基座安装在被测量的设备上，并跟随设备一起运动的状况。

其中设备带动振动传感器外壳基座一起运动的位移为 x_e ，而振动传感器内部的质量块相对于传感器静止状态下的重力平衡时，距离传感器的基座相对位移为 x_r 。 x_r 的定义在平

¹安费诺 Wilcoxon - Industrial-piezoelectric-accelerometer-design_2018.pdf

衡位置处的特点在于，在后续考虑运动方程时，可以抵消重力对于质量块运动的影响，当然，我们也可以将整个模型在水平方向进行考虑，结果是一样的。

定义振动传感器的质量块的绝对位移为 x_a 。则质量块的绝对位移 x_a ：

$$x_a = x_r + x_e \quad (1)$$

根据质量块的力平衡方程，可得：

$$m \frac{d^2 x_a}{dt^2} = -kx_r - c \frac{dx_r}{dx} \quad (2)$$

将式（1）代入（2）得：

$$m \left(\frac{d^2 x_r}{dt^2} + \frac{d^2 x_e}{dt^2} \right) = -kx_r - c \frac{dx_r}{dx}$$

即：

$$m \frac{d^2 x_r}{dt^2} + c \frac{dx_r}{dx} + kx_r = -m \frac{d^2 x_e}{dt^2}$$

对于线性系统的分析中，都会从基本的谐振开始分析。当设备的位移振动为谐振动，令 $x_e = X_1 \cos \omega t$ ，则得传感器内部质量块 m 的相对位移 x_r 的方程：

$$m \frac{d^2 x_r}{dt^2} + c \frac{dx_r}{dx} + kx_r = mX_1 \omega^2 \cos(\omega t)$$

令： $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ ，临界阻尼系数 $c_e = 2\sqrt{km}$ ，实际的阻尼系数 c 与临界阻尼系数 c_e 之比为 ζ ，则：

$$\frac{c}{c_e} = \zeta$$

$$2\zeta = \frac{c}{m}$$

由此得 x_0 的二阶常系数非齐次线性方程：

$$\frac{d^2 x_r}{dt^2} + 2\zeta\omega_0 \frac{dx_r}{dx} + \omega_0^2 x_r = X_1 \omega^2 \cos(\omega t) \quad (3)$$

实际应用中，不会使用过阻尼或者临界阻尼的配置，因此，这里设定阻尼系数比 $0 < \zeta \leq 1$ 。此时微分方程的解一般形式：

$$x_r = x_{r1} + x^* \quad (4)$$

其中 x_{r1} 为对应齐次方程的通解， x^* 方程（3）的特解。

这里，齐次线性方程：

$$\frac{d^2 x_r}{dt^2} + 2\zeta\omega_0 \frac{dx_r}{dx} + \omega_0^2 x_r = 0$$

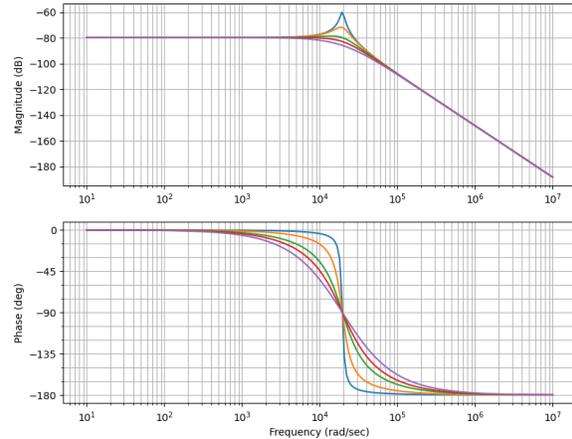
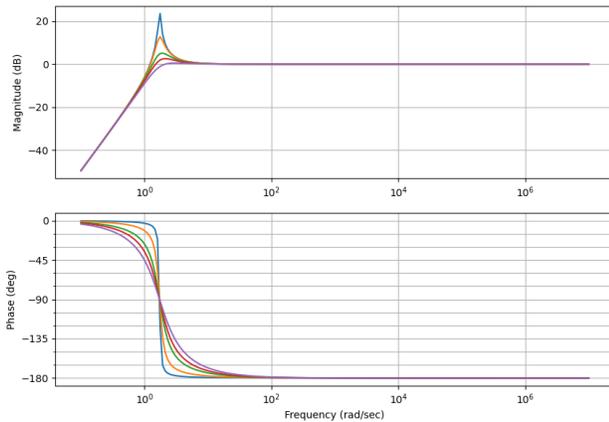
其通解由一对共轭复数简化为：

$$x_{r1} = B_0 e^{-\zeta t} \cos(\omega' t + \alpha)$$

$$\omega' = \omega_0 \sqrt{1 - \zeta^2}, B_0 \text{ 为 } x_{r1} \text{ 初始幅值, } \alpha \text{ 为 } x_{r1} \text{ 初始相位。}$$

由于 $\zeta > 0$, 因此通解 (4) 中的第一项 x_{r1} , 会随着时间延续趋于 0, 所以我们更多地要讨论第二项即稳态项。

实际测量信号的频率范围一般都要低于传感器本身的固有谐振频率。然而阻尼系数 ζ 取值范围, 一方面需要更好地拓展产品本身的振动频率测量范围及响应特性, 另一方面, 由于实际应用中存在的振动信号范围很可能是类似于广谱的, 因此有必要控制 ζ 值, 使得测量信号尽量减少这些干扰振动的影响。



由微分方程的解一般形式为齐次方程的通解+方程的特解得:

$$x_r = B_0 e^{-\zeta t} \cos(\omega' t + \alpha) + B_1 \cos(\omega t + \beta) \quad (5)$$

如果该表达式为 (3) 的通解, 那么经过一段时间, 由初始能量造成的瞬态项振动将消失, 对于信号的有效性设定, 我们当然希望由外围设备的振动和传感器的振动之间形成一个稳定的因果关系, 以便后续可以处理利用。

$x^* = B_1 \cos(\omega t + \beta) = a \cos \omega t + b \sin \omega t$, B_1 为传感器内部相对振动位移的幅值。

$$\begin{aligned} x^{*'} &= -a\omega \sin \omega t + b\omega \cos \omega t \\ x^{*''} &= -a\omega^2 \cos \omega t - b\omega^2 \sin \omega t \end{aligned}$$

将上面 3 式代入 (3), 可以计算得:

$$\left\{ \begin{aligned} B_1 &= \frac{x_1 \omega^2}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + 4\zeta^2 \omega^2}} \\ \beta &= \begin{cases} -\arctan \frac{2\zeta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} & x_0 > 0 \\ \pi - \arctan \frac{2\zeta\omega}{\omega_0^2 - \omega^2} & x_0 < 0 \end{cases} \end{aligned} \right. \quad (6)$$

其中， ω_0 为传感器的固有频率， ζ 为阻尼比。定义如前面内容所示。

等式(6)幅频特性和相频特性分别说明，当设备的振动为简谐振动（为便于分析） $x_e = X_1 \cos \omega t$ 时，振动传感器内部的相对位移稳态振动方程：

$$x_r = B_1 \cos(\omega t + \beta) \quad (7)$$

该公式说明，检测到的信号 x_r 与实际位移信号 x_e 之间，不仅在幅值上存在差异，在相位上也没有一致。要利用测量信号，还需要满足一些条件。而实际应用中，检测的信号不直接是相对或者绝对的位移信号，而是压电体的电信号，所以，建立输出信号与设备振动之间关联性是我们设计配置传感器的关键。

▪ 振动传感器的信号输出与相关的物理量

按照实际应用要求，传感器的固有频率会尽量远离被测信号的频率范围，因此本文将不会对共振、或者被测振动信号的频率 ω 与传感器的固有频率 ω_0 接近等这些情况进行过多讨论，而设定两者相距范围满足应用要求。我们会从下文了解到为什么需要这样的设定。

A. 当传感器固有频率远大于被测信号的频率($\omega_0 \gg \omega$)，一般取 3~5 倍以上时有：

$$\begin{cases} A_X(\omega) = \frac{B_1}{\frac{d^2x}{dt^2}} = \frac{X_1}{\omega_0^2 \sqrt{(1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2})^2 + 4\zeta^2/\omega_0^2}} \approx \frac{X_1}{\omega_0^2} \\ \beta = -\arctan \frac{2\zeta\omega/\omega_0^2}{1 - \omega^2/\omega_0^2} \approx 0 \end{cases}$$

此时，质量块 m 的绝对位移方程为：

$$x_m = X_1 \cos(\omega t) + B_1 \cos(\omega t + \beta) \approx X_1 \cos(\omega t) + \frac{X_1}{\omega_0^2} \cos(\omega t) \approx X_1 \cos(\omega t) \quad (8)$$

式(8)说明，在传感器固有频率远大于被测信号的频率($\omega_0 \gg \omega$)时，传感器内的质量模块的相对位移和被测振动信号成比例关系，实际振动位移之间的相位偏差也几乎为 0。

设定阻尼力没有作用在压电体上，则压电体上的受力可以简化为质量块 m 惯性力的反作用力，而压电体产生的电荷 Q 与其受力 F 成正比：

$$\begin{aligned} Q &= d_{ij}F = d_{ij}m \frac{d^2x_m}{dt^2} \approx d_{ij}m[-X_1 \omega^2 \cos(\omega t) - X_1 \frac{\omega^2}{\omega_0^2} \cos(\omega t)], \text{ 即:} \\ Q &\approx -d_{ij}mX_1 \omega^2 \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (9)$$

这里的 d_{ij} 为压电体的压电常数，m 为质量块质量 m（如图 1，2）， X_1 为被测信号的位移谐振幅值， ω 为被测信号的角频率。

由式（9）可知，这种情况下该输出信号与被测信号的加速度成正比。因此，这样的结构设计多用于测量信号的加速度信号。实际应用中，还要考虑阻尼比的范围，为保证灵敏度等要求，也不会无限减小质量块 m 的质量以提高固有频率 ω_0^2 。

安费诺 Wilcoxon 的各种型号的加速度传感器，变送器，多种型号和规格适应各种应用及安规、以及特殊高温环境等要求。

B. 当被测信号的频率远大于传感器固有频率($\omega \gg \omega_0$)，一般取 3~5 倍以上时有：

$$\left\{ \begin{array}{l} B_1 = \frac{X_1 \omega^2}{\omega^2 \sqrt{(1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2})^2 + 4\zeta^2/\omega^2}} \approx X_1 \\ \beta = \pi - \arctan \frac{2\zeta/\omega}{\frac{\omega_0^2}{\omega^2} - 1} \approx \pi \end{array} \right.$$

即 $x_e = X_1 \cos(\omega t)$ 时，有质量块的绝对位移：

$$x_m = X_1 \cos(\omega t) + B_1 \cos(\omega t + \beta) \approx 0$$

$$x_r \approx -x_e \tag{10}$$

虽然传感器内部的质量块绝对位移约为 0，不等于此时的压电体不受力。设定阻尼力没有作用在压电体上，那压电体上的受力可以简化为：

$$F \approx -kx_r \approx kx_e$$

这里的压电体受预紧力安装的质量块惯性力时，忽略压电体自身的质量，动态产生相应的电荷 Q 与其受力成正比，而该力即为刚性系数在相对位移时产生推拉力，并作用在质量块上的力 F 。

$$Q = d_{ij}F \approx d_{ij} \times (-kx_r) \approx d_{ij}kx_e \tag{11}$$

$$V(t) = kQ = kd_{ij}kx_e \tag{12}$$

由公式（11，12）说明，在被测信号的频率远大于传感器固有频率时($\omega \gg \omega_0$)，振动传感器产生与设备位移近比例的信号输出，因此，适合用于设备位移的测量。

但是在实际应用中，由于要获取低的固有频率就需要在重量及尺寸上作调整甚至妥协，影响的不止是价格，也在如何在设备上安装使用受到影响。因此，基于这种原理的位移传感器在工业现场的振动检测中很少使用，而是被其它诸如电涡流等检测原理的传感器所替代。

在实际应用中，通过对加速度传感器二次积分的方式将加速度信号转换为位移信号的方式也早被开发出来。这类传感器输出的信号处理后可以包括绝对位移平均值（RMS），位移峰-峰值（Peak-Peak）或者位移峰值几种方式，来完成对设备振动位移的检测。

安费诺 Wilcoxon 提供的基于加速度积分方式测量位移信号的振动位移传感器 PC420DPP-40, 4~20mA 输出, 5%精度, 适合 10~1kHz 范围的信号测量应用。关于产品特性, 请参阅相应的产品规格书。

同样的原理, Wilcoxon 通过对加速度传感器一次积分的方式开发的多款速度传感器, 也在很多方面超越了传统使用线圈磁铁的方式测速的产品, 其中 793R, 793VR, 797R 等系列产品更是可以在辐射环境中应用。在一些振动传感器中, 更是集成了温度等传感器。关于产品特性, 请参阅网站相应的产品规格书。



图-3 压电式振动位移传感器外观 (部分)

▪ 小结

振动传感器的类型很多, 每种信号的测量原理也有多种多样。如果需要进一步了解如何选型及应用, 请与我们联系。安费诺 Wilcoxon 专注于振动传感器及系统应用, 提供的产品从传感器到变送器, 从本安到防爆类型, 从在线模块到离线手持设备, 为广大用户的宝贵设备资产建立起了一道道安全屏障。

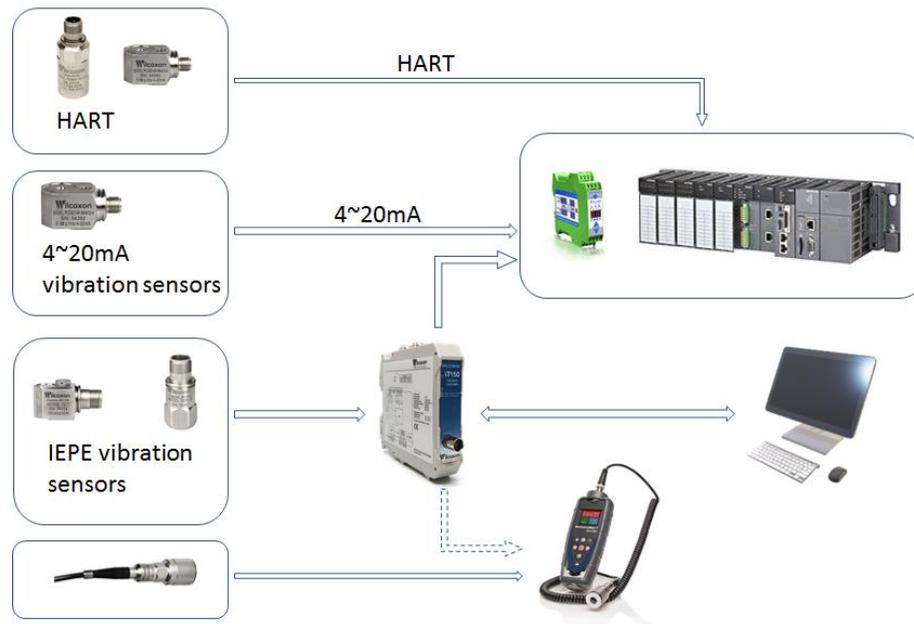


图-4 产品类型及应用示意

安费诺旗下品牌 Wilcoxon 自成立年以来，一直是振动测量和监测技术的行业领先制造商和供应商。我们开发并生产振动监测解决方案，受到全球可靠性和维护工程师的信赖。我们希望帮助您在机器设备监控过程中取得成功。我们将和用户一起，选择合适的振动监测产品与您的应用和要求相匹配。凭借并提供用户数十年的经验和无与伦比的产品可靠性，以及对诸多 Wilcoxon 产品的终生保修的保障，和我们的振动专家工程师的专业支持，我们将帮助您体验振动监测的最佳效果。

[1] 机械设备振动故障监测与诊断，黄志坚，化学工业出版社

[2] 安费诺 Wilcoxon: Sensor-selection-guide_TN16.pdf

IMPORTANT NOTICE AND DISCLAIMER

©2014 AMPHENOL CORPORATION PROVIDES TECHNICAL AND DATA (INCLUDING DATASHEETS), DESIGN RESOURCES (INCLUDING REFERENCE DESIGNS), APPLICATION OR OTHER DESIGN ADVICE, WEB TOOLS, SAFETY INFORMATION, AND OTHER RESOURCES “AS IS” AND WITH ALL FAULTS, AND DISCLAIMS ALL WARRANTIES, EXPRESS AND IMPLIED, INCLUDING WITHOUT LIMITATION ANY IMPLIED WARRANTIES OF MERCHANTABILITY, FITNESS FOR A PARTICULAR PURPOSE OR NON-INFRINGEMENT OF THIRD PARTY INTELLECTUAL PROPERTY RIGHTS.

These resources are intended for skilled developers designing with Amphenol Sensors’ (AS) products. You are solely responsible for (1) selecting the appropriate AS products for your application, (2) designing, validating and testing your application, and (3) ensuring your application meets applicable standards, and any other safety, security, or other requirements. These resources are subject to change without notice. AS grants you permission to use these resources only for development of an application that uses the AS products described in the resource. Other reproduction and display of these resources is prohibited. No license is granted to any other AS intellectual property right or to any third party intellectual property right. AS disclaims responsibility for, and you will fully indemnify AS and its representatives against, any claims, damages, costs, losses, and liabilities arising out of your use of these resources. Other company names and product names used in this document are registered trademarks of their respective owners.



Amphenol Sensors

服务热线: 400 620 8986

www.amphenol-sensors.com

www.amphenol-sensors.cn

©2021 Amphenol Corporation. All Rights Reserved.